Werkblad: Plantengroei onder normale en aangepaste omstandigheden

Naam leerlingen: _____

Datum: _____

Groep: _____

Vooraf klaarzetten:

- Open de Excel-file *Plantengroei.xlsx* en ga naar het deel 'Normale omstandigheden'.
- Open het document *InstructiesExcel.pdf*. Dit document zal voor de komende stappen hulp bieden bij het werken met Excel.

Vooraleer je analyseert wat het effect van de veranderde factor is op de plantengroei, is het interessant om te onderzoeken hoe de plant groeit onder **'normale' omstandigheden**. Op deze manier kan je gemakkelijk en op een exacte manier een vergelijking maken.

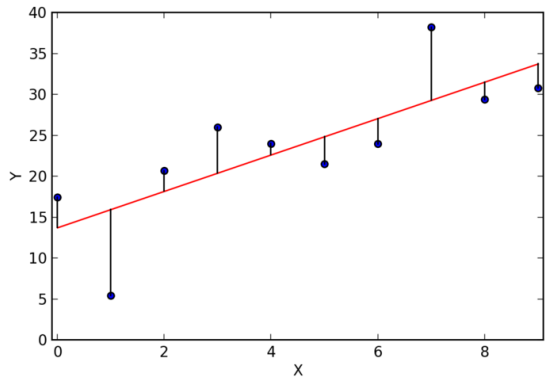
In het Excel-document vind je de metingen (per dag) terug van de lengtes van de plantjes wanneer de plantjes onder normale omstandigheden werden gekweekt. De metingen werden op hetzelfde moment gedaan als de metingen die jullie maakten.

Het doel is nu om de groei van de plantjes in kaart te brengen met een **grafiek**. Hoe zou je dit kunnen doen? Overleg met je teamgenoot.

TIPS:

- Gebruik de extra rij in de tabel waar de metingen staan. Welke waarden zijn zinvol om in deze rij te plaatsen?
- Gebruik die waarden als punten op je grafiek.
- Zorg ervoor dat de assen van je grafiek correcte namen en een correcte ijking hebben.

Als alles goed verlopen is, heb je nu een grafiek met enkele datapunten. Het doel is nu om de groei van de plant mathematisch te beschrijven. Hiervoor willen we een **wiskundig model 'fitten'** op de data, wat betekent dat we op zoek gaan naar een wiskundig model en een bijhorend functievoorschrift dat onze datapunten zo correct en nauwkeurig mogelijk beschrijft. Een veelgebruikte methode om data te fitten, is de **kleinstekwadratenmethode**. Deze methode schat de parameters van het model zo dat de totale som van de kwadraten van de afwijkingen tussen de voorspelde waarden van het model en de werkelijke waarden, minimaal is. Om dit te verduidelijken, bestuderen we volgende figuur.

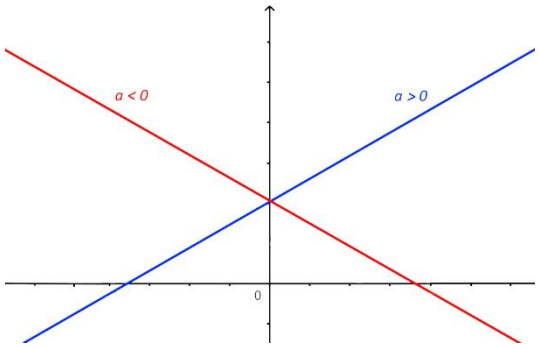
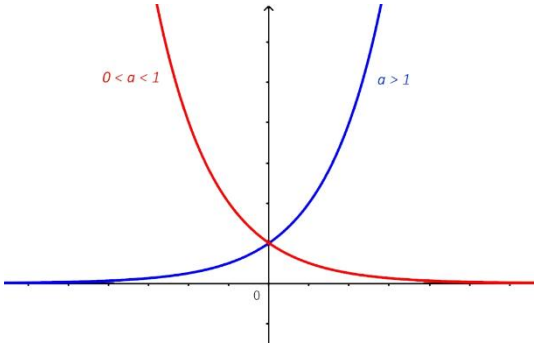


Om de blauwe datapunten te fitten, gaat men hier op zoek naar een rechte die zo goed mogelijk past bij de data. Die rechte zal niet perfect overeenkomen met de gemeten data en zal afwijken van de datapunten, zoals gevisualiseerd in bovenstaande figuur. De kleinstekwadratenmethode probeert echter die rechte te vinden zodat de totale som van deze 'foutjes' zo klein mogelijk is. Door de kwadraten van de afwijkingen bij elkaar op te tellen en te minimaliseren, maakt het niet uit of de datapunten boven of onder de rechte liggen en welk teken deze afwijkingen dus hebben. Op deze manier kan een model gevonden worden dat zo nauwkeurig mogelijk de data beschrijft.

Je kan verschillende modellen gebruiken om de gegeven data te fitten: een lineair model, een kwadratisch model, een exponentieel model... Om te bepalen welk model de beste fit geeft voor een dataverzameling, kan je de **determinatiecoëfficiënt R^2** van elk model berekenen en vergelijken. Deze waarde geeft weer hoe goed het model past bij je gemeten data en in welke mate het je gevonden waarden verklaart. De laagst mogelijke waarde van R^2 is 0 en de hoogst mogelijke waarde is 1. Hoe beter een model past bij je data, hoe dichter de determinatie-coëfficiënt R^2 bij het getal 1 zal liggen.

Gelukkig voor jullie, bevat Excel functies die modellen kunnen fitten op gegeven data en die de bijhorende determinatiecoëfficiënt kunnen berekenen. Bekijk hiervoor zeker het document *InstructiesExcel.pdf.*

In het vervolg zullen we twee verschillende modellen die jullie reeds kennen uit de lessen wiskunde fitten op de data: het **lineair en het exponentieel model**. Fris eerst even jullie kennis over lineaire en exponentiële groei terug op met behulp van onderstaande tabel.

Lineaire groei	**Exponentiële groei**
	
Een grootheid groeit lineair als ze voor elke tijdseenheid met **eenzelfde hoeveelheid toe- of afneemt**. Deze constante hoeveelheid noemen we de **groeisnelheid**.	Een grootheid groeit exponentieel als ze voor elke tijdseenheid met **eenzelfde factor wordt vermenigvuldigd**. Deze factor noemen we de **groeifactor**.
Het functievoorschrift van een reële functie met lineaire groei met beginwaarde b en groeisnelheid a ($a \neq 0$) is $\boldsymbol{f(t) = a \cdot t + b}$	Het functievoorschrift van een reële functie met exponentiële groei met beginwaarde b en groeifactor a ($a > 0, a \neq 1$) is $\boldsymbol{f(t) = b \cdot a^t}$
Een lineaire groeifunctie met groeisnelheid a **stijgt als $a > 0$** en **daalt als $a < 0$**.	Een exponentiële groeifunctie met groeifactor a **stijgt als $a > 1$** en **daalt als $0 < a < 1$.**

Nu is het aan jullie om deze modellen te fitten op de data onder 'normale' omstandigheden. Gebruik in volgende stappen het document *InstructiesExcel.pdf*, verdeel het werk en ga elk aan de slag met een andere plantensoort. Stel vervolgens je resultaten voor aan je groepsleden en vergelijk samen jullie bevindingen om de vragen te beantwoorden.

Lineair model

Wat is het bijhorende functievoorschrift?

Maïs: ……

Erwt: ……

In welke tijdseenheid wordt de tijd in deze modellen gemeten? In welke lengte-eenheid wordt de lengte van de planten gemeten?

……

Waaraan is de richtingscoëfficiënt in de lineaire modellen gelijk?

Maïs:……

Erwt:……

Hoe kan je deze waarden interpreteren? Wat is de betekenis hiervan wanneer je denkt aan de plantengroei?

……

……

……

Hoe groot is de R^2-waarde voor de lineaire modellen?

Maïs:……

Erwt: ……

Kleine oefening: Gebruik de gevonden functievoorschriften van de lineaire modellen om te voorspellen hoe groot de twee soorten planten zullen zijn 4 weken na het zaaien.

Exponentieel model

Wat is het bijhorende functievoorschrift?

Maïs: ……

Erwt: ……

In welke tijdseenheid wordt de tijd in dit model gemeten? In welke lengte-eenheid wordt de lengte van de plant hier gemeten?

……

Waaraan is de groeifactor in de exponentiële modellen gelijk?
TIP: Houd rekening met de rekenregels van machten.

Maïs: .....

Erwt: ……

.....

Hoe kan je deze waarden interpreteren? Wat is de betekenis hiervan wanneer je denkt aan de plantengroei?

.....

.....

.....

Hoe groot is de R^2-waarde voor de exponentiële modellen?

Maïs: ……

Erwt: ……

Kleine oefening: Gebruik de gevonden functievoorschriften van de exponentiële modellen om te voorspellen hoe groot de twee soorten planten zullen zijn 4 weken na het zaaien.

Vergelijken van de twee modellen

Welk model beschrijft het beste de data, en waarom? Maak onderscheid tussen de twee plantensoorten.

Maïs:.....

.....

Erwt:.....

.....

Wat valt je op als je de gemaakte voorspellingen in de 'kleine oefeningen' met elkaar vergelijkt? Kan je dit verklaren?

.....

.....

.....

.....

Plantengroei met aangepaste omgevingsfactor

Vooraf klaarzetten:

- Ga in de Excel-file *Plantengroei.xlsx* naar het deel 'Aangepaste omstandigheden'.

De volgende stap is om een vergelijking te maken met het geval waarbij een omgevingsfactor is aangepast. Hiervoor gebruiken jullie nu jullie eigen opgemeten data. Als dit nog niet gebeurd is, plaats dan eerst jullie metingen in de lege tabel.

Voer nu dezelfde procedures uit zoals je hierboven hebt gedaan bij de voorbeelddata. Voeg de nieuwe datapunten aan de grafieken toe in een andere kleur en maak ook legenda's. Fit opnieuw per plantensoort een lineair en exponentieel model. Zorg ervoor dat de grafieken

duidelijk en overzichtelijk zijn, want deze zullen ook bekeken worden bij de evaluatie. Noteer hieronder welke functievoorschriften je hebt gevonden, met de bijhorende R^2-waarde:

Lineair:

Maïs: ……

Erwt: ……

Exponentieel:

Maïs: ……

Erwt: ……

Maak nu een kritische vergelijking tussen de normale en aangepaste omgevingsfactoren, per plantensoort. Beschrijf het verschil visueel, maar ook mathematisch aan de hand van de wiskundige modellen **die de data het beste beschrijven**.

Maïs: .....

……

……

……

Erwt: .....

……

……

……

Wat kan je besluiten over het effect van de aangepaste omgevingsfactor op de groei van elke plantensoort? Komt dit overeen met jullie hypothese uit de werkbundel van les 3?

……

……

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Lijkt dit effect bij beide plantensoorten even groot? Waaruit leid je dit af?

.....

.....

.....

.....